

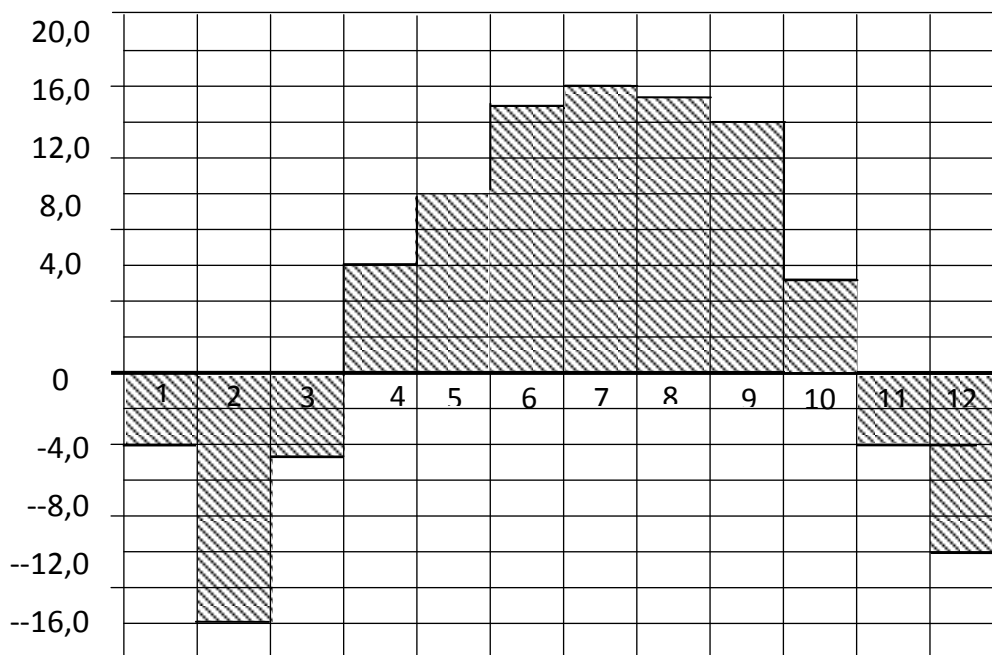
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант 3
Профильный уровень

Часть 1

1. Для покраски 1 м^2 потолка требуется 240 г краски. Краска продается в банках по 2,5 кг. Сколько банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 50 м^2 ?

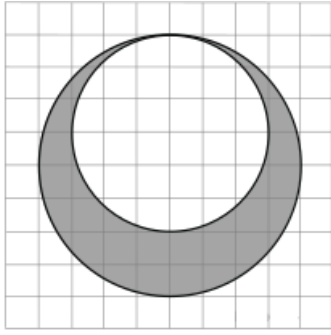
Ответ: _____

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме сколько было месяцев с отрицательной среднемесячной температурой.



Ответ: _____

3. На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: _____

4. За круглый стол на 17 стульев в случайном порядке рассаживаются 15 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом.

Ответ: _____

5. Решите уравнение

$$\log_{x-5} 49 = 2.$$

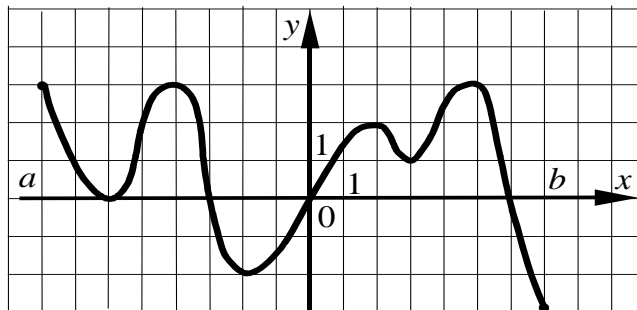
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____

6. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.

Ответ: _____

7. Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Определите количество точек графика функции $y = f(x)$, в которых касательная к нему параллельна прямой $y = x$.



Ответ: _____

8. Площадь основания конуса равна 16π , высота равна 6. Найдите площадь осевого сечения конуса.

Ответ: _____

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_{36}(\log_2 25 \log_5 8)$.

Ответ: _____

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = at^2 + bt + H_0,$$

где $H_0 = 2$ м - начальный уровень воды, $a = \frac{1}{512}$ м/мин², и $b = -\frac{1}{8}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____

11. Расстояние между пристанями А и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = (8 - x)e^{9-x}$$

на отрезке $[3; 10]$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-16 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48 \cdot 4^{x^2-3x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

14. Основанием прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является квадрат $ABCD$ со стороной $5\sqrt{2}$, высота призмы равна $2\sqrt{14}$. Точка K – середина ребра BB_1 . Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью α является равнобедренным треугольником.

б) Найдите периметр треугольника, являющегося сечением призмы плоскостью α .

15. Решите неравенство $\log_2(5-x) \cdot \log_{x+1} \frac{1}{8} \geq -6$.

16. В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром в точке O .

а) Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.

б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^\circ$, а основания равны 5 и 7.

17. Владимир взял в кредит 12 млн. рублей на срок 24 месяца. По договору он должен возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 3%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Владимиром банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Владимиром, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, т.е. на одну и ту же величину каждый месяц. На сколько рублей больше Владимир вернет банку в течение первого года по сравнению со вторым годом?

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $ax^2 + x + a - 1 = 0$ имеет два различных действительных корня x_1 и x_2 ,

удовлетворяющих неравенству $\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| > 1$.

19. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 16?

б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 900?

в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 235.