

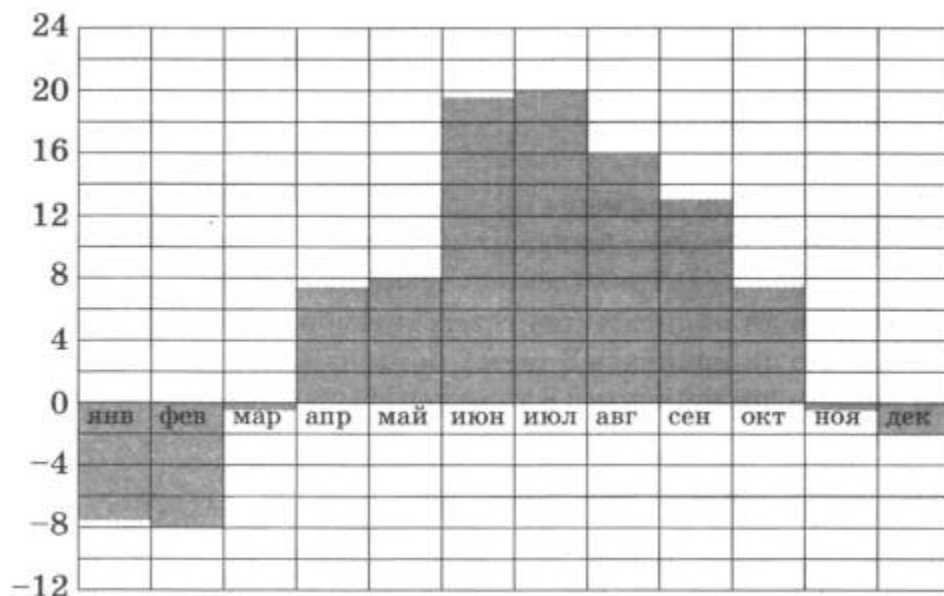
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант 6
Профильный уровень

Часть 1

1. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 18% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,35 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

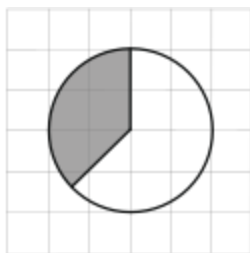
Ответ: _____

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3. На клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ см} \times \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ см}$ изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____

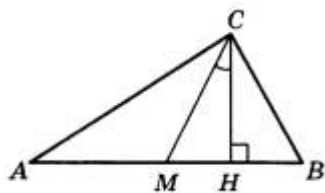
4. В уличном фонаре три лампы. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,8. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит

Ответ: _____

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{x} = -2x$.

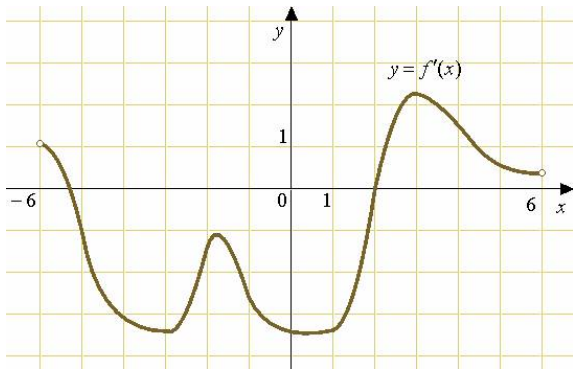
Ответ: _____

6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 28° . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



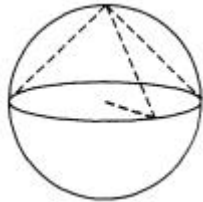
Ответ: _____

7. На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 11$ или совпадает с ней.



Ответ: _____

8. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна $7\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[6]{5} \cdot \sqrt[3]{25}}{5 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5}}$

Ответ: _____

10. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2, \text{ где } t \text{ — время в секундах, прошедшее с}$$

момента открытия крана, $H_0 = 5$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{500}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды.

Ответ: _____

11. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 2\sqrt{x} - 4x + 7$$

на отрезке $[1; 9]$.

Ответ: _____

Для записи решений и ответов на задания 13-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13,14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13. Дано уравнение $2\cos^3 x + 1 = \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите его корни, принадлежащие промежутку $(-3\pi; -\frac{3\pi}{2})$.

14. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро 10, а сторона основания равна $2\sqrt{30}$. Через точку B и C перпендикулярно ребру SA проведена плоскость α .

а) Докажите, что плоскость α делит пирамиду $SABC$ на два многогранника, объемы которых относятся как 2:3.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью α .

15. Решите неравенство: $\lg^4 x - 4\lg^3 x + 5\lg^2 x - 2\lg x \geq 0$.

16. Четырехугольник $ABDC$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке P .

а) Докажите, что $AD \cdot BP = BC \cdot DP$.

б) Найдите площадь треугольника BDP , если известно, что $AC = 2BD$, а площадь четырехугольника $ABDC$ равна 36.

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года. На сколько лет был взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения составила 47 млн. рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $7^{ax^2-2x} - 7^{x^2-1} = \sqrt[3]{2x - ax^2} - \sqrt[3]{1 - x^2}$ имеет ровно два различных действительных корня.

19. Арифметическая прогрессия составлена из n различных натуральных чисел, причем $n \geq 3$.

а) Возможно ли, чтобы сумма всех n членов этой прогрессии была бы равна 12?

б) Определите наибольшее число членов арифметической прогрессии, если сумма всех ее чисел меньше 435.

в) Определите все возможные значения n , если сумма всех чисел данной прогрессии равна 305