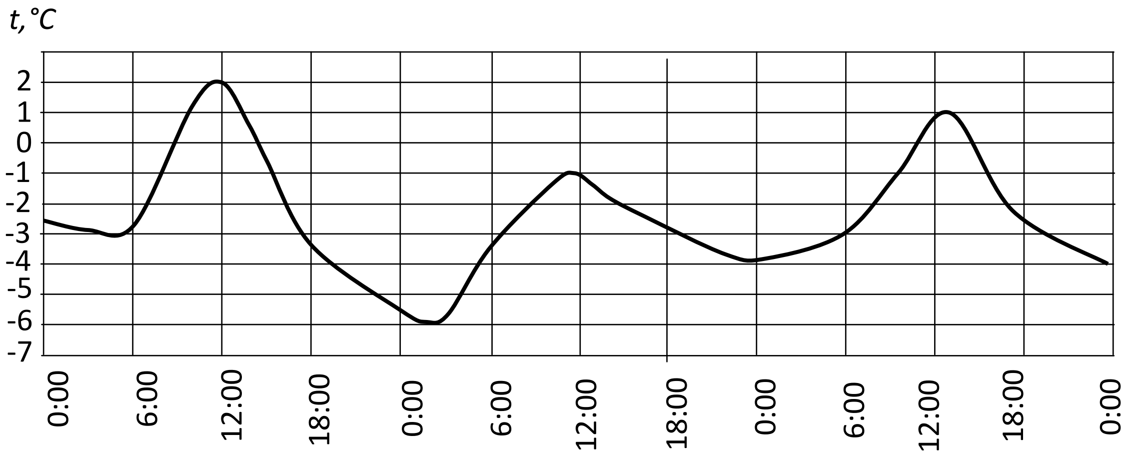
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант 9
Профильный уровень

Часть 1

1. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5г 3 раза вдень в течение 21 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5г. Какое наименьшее количество упаковок необходимо на весь курс?

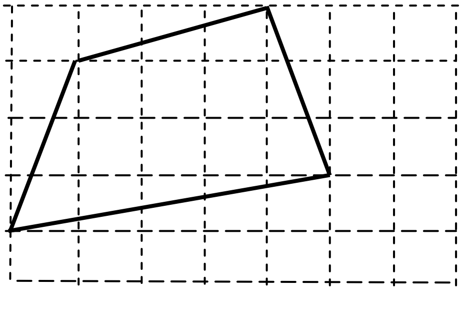
Ответ:__________

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 19 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:__________

3. На клетчатой бумаге с клетками размером 1*см* х 1*см* изображена фигура. Найти ее площадь в см^2.



Ответ:__________

4. Лена дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 11 очков. Найти вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

Ответ:__________

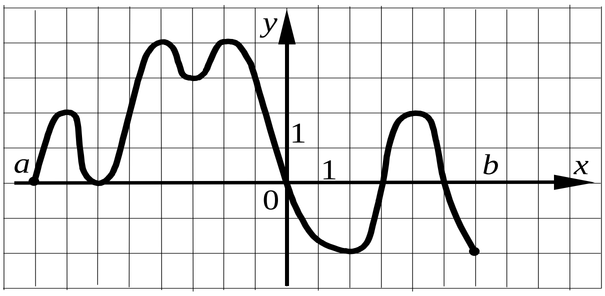
5. Найдите корень уравнения $3^{x+1} = 81$.

Ответ:__________

6. Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ:__________

7. Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Исследуйте на экстремумы функцию $y = f(x)$. В ответе укажите количество точек максимума.



Ответ:__________

8. В правильной четырехугольной пирамиде *SABCD* точка *O* – центр основания, *S* – вершина, $SO = 10, BD = 48$. Найдите боковое ребро *SA*.

Ответ:__________

Часть 2

9. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = 0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Ответ:__________

10. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора дается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где T_0=340 *К*, a=28 *К/мин*, b =-0,2 *К/мин*. Известно, что при температурах нагревателя свыше 1000К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите (в минутах) через какое время после начала работы нужно отключить прибор.

Ответ:__________

11. Через одну трубу бак наполняется за 5 *часов*, через вторую - за 2 *часа*. Сколько времени нужно чтобы наполнить бак на 70%, если открыть обе трубы одновременно ? Ответ дайте в часах.

Ответ:__________

12. Найти наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $x \in [-\frac{\pi}{2};0]$.

$f(x) = 9x - 8\sin x + 5.$

Ответ:__________

Для записи решений и ответов на задания 13-16 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13,14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\dfrac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{2}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; 7\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 5. На ребрах SA, AB, BC взяты точки P, Q, R соответственно так, что $PA = AQ = RC = 2$.

а) Докажите, что плоскость PQR перпендикулярна ребру SD.

б) Найдите расстояние от вершины D до плоскости PQR.

15. Решите неравенство $\log_{2x}(x+4) \cdot \log_x(2-x) \le 0$.

16. Продолжение медианы AE треугольника ABC пересекает описанную окружность в точке D, причем хорды AC и CD равны.

а) Доказать, что треугольники ABC и AEC подобны.

б) Найти BC, если $AC = CD = 1$.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r, при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

18. Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$\sqrt{3x^2+2ax+1}=x^2+ax+1$ имеет ровно три различных корня.

19. В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали,
по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.